

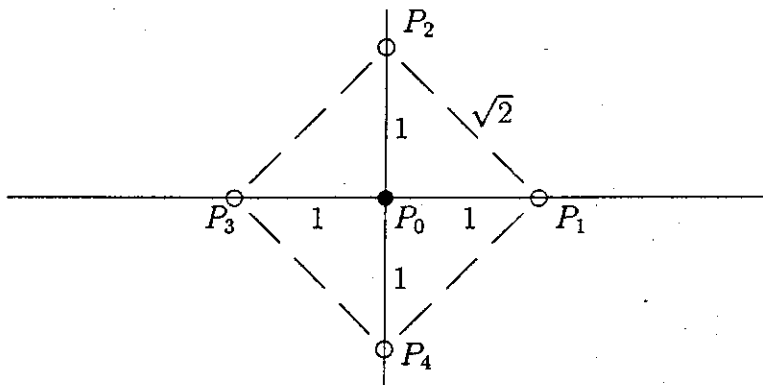
## Ausgleichsrechnung II, Prüfungsklausur Nach- und Wiederholer Jg.1997 (und frühere)

### Aufgabe 1: Grauwertbild. Varianzfortpflanzung und Durchlaßcharakteristik.

Um Grauwerte  $g_i$  in einem Rasterbild zu glätten, werden an jedem Punkt  $P_0$  Mittelwerte mit den sog. direkten Nachbarn ( $P_1$  bis  $P_4$  auf den Achsen; s. Skizze) gebildet:

$$\text{allgemeines arithmetisches Mittel } \bar{g} = \frac{p_0 g_0 + g_1 + g_2 + g_3 + g_4}{p_0 + 4}$$

Die Grauwerte  $g_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 4$ ) haben die gleiche Varianz  $\sigma_g^2$  und seien im Abstand 1 ( $\sqrt{2}, 2$ ) lt. Skizze mit  $\varrho_1$  ( $\varrho_2, \varrho_3$ ) korreliert.



- Berechnen Sie die Varianz  $\sigma_{\bar{g}}^2$  des Mittels  $\bar{g}$ !
- Wie groß muß das zentrale Gewicht  $p_0 > 0$  gewählt werden, wenn  $\varrho_1 = \frac{1}{2}$ ,  $\varrho_2 = \frac{1}{4}$ ,  $\varrho_3 = \frac{1}{8}$  und  $\sigma_{\bar{g}}^2 = \frac{\sigma_g^2}{2}$  ausfallen soll?
- Die Grauwerte im Abstand  $\Delta$  sollen zeilenweise mit einem Drei-Punkt-Mittel geglättet werden: Gewichte  $\frac{1}{p_0 + 2} |1, p_0, 1|$ ;  $p_0$  wie unter b) ermittelt.  
Geben Sie die Durchlaßcharakteristik dieses 1D-Filters an und vergleichen Sie diese mit jener des Binomialfilters  $\frac{1}{4} |1, 2, 1|$ !

## Aufgabe 2: Vermittelnde Ausgleichung und Fehlerschätzung am Doppelhelix

Am Dresdner Biotechnikzentrum sind die Aufgänge als gleichlaufende Schraubenlinien mit den gleichen Kurvenparametern  $A$ ,  $B$  und Höhenunterschied  $\Delta h$  projiziert. Die Höhenkoordinaten  $z_1(s)$ ,  $z_2(s)$  beider Linien als Funktion der Bogenlänge  $s$  sind

$$z_1 = \frac{Bs}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad z_2 = \Delta h + \frac{Bs}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Näherungswerte aus Projektunterlagen:

$$A_0 = 25 \text{ m}, \quad B_0 = 0,75 \text{ m}, \quad \Delta h_0 = 5 \text{ m}$$

Meßwerte nach dem Rohbau:

Fehlerbehaftete, gleichgewichtige Höhen  $z_{1,2}(s_i)$  an fehlerfrei angenommenen Stellen  $s_i$  lt. Tabelle.

$i$	$s_i / \text{m}$	$z_1(s_i)$	$z_2(s_i)$
1	0		4,99
2	35	1,11	
3	70		7,23
4	105	3,33	
5	140		9,45
6	175	5,56	
7	210		11,67
8	245	7,77	
9	280		13,90
10	315	10,01	

- a) Geben Sie eine MKQ-Schätzung für die Steigung  $\beta := \frac{B}{A}$  und den Höhenunterschied  $\Delta h$  sowie deren mittlere Fehler an!
- b) Für spätere Kontrollmessungen wurde durch unbestimmte Ausgleichung aller beobachtbaren Größen  $m_A = 2,5 \text{ cm}$ ,  $m_B = 0,75 \text{ mm}$  vorab geschätzt. Ermitteln Sie daraus die zu erwartenden mittleren Fehler  $m_r$ ,  $m_\tau$  für den Krümmungsradius  $r$  und die Windung  $\tau$  mit

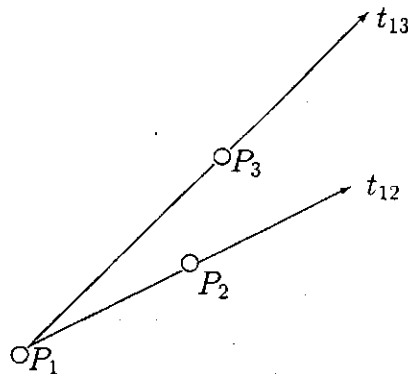
$$r = \frac{A^2 + B^2}{A}, \quad \tau = \frac{A^2 + B^2}{B},$$

wofür das einfache FFG ausreicht.

Begründen Sie, von welchen Größen  $m_r$  und  $m_\tau$  dominierend abhängen!

## Aufgabe 3: Bedingungsgleichung für Punkte auf einer Geraden

Digitale Datenbestände, z.B. ALK, werden in der Regel nachbehandelt, um u.a. geometrische Bedingungen (im Sinne der MKQ) einzuhalten. Drei Punkte  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  sollen auf einer Geraden liegen. Abweichungen entstehen durch Digitalisierfehler in den Koordinaten  $x_i$ ,  $y_i$  (s. Skizze). Geben Sie eine Bedingungsgleichung  $\varphi(\bar{x}_i, \bar{y}_i) = 0$  mit den ausgeglichenen Koordinaten  $\bar{x}_i$ ,  $\bar{y}_i$  für die o.a. Forderung an und linearisieren Sie diese!



Viel Erfolg wünschen Ihnen

R. Kalin u. S. Müller.