

Übungsaufgabe Gravimetrische Geodäsie

Berechnung von Normalhöhenunterschieden

Aufgabe Nr. 39

1. Formelsammlung zur Berechnung von Normalhöhenunterschieden

- Normalschwereformel des GRS 80

$$\gamma_0 = \gamma_{equ} \cdot (1 + f_1 \sin^2 B + f_2 \sin^2 2B)$$

mit

$$\gamma_{equ} = 978032,7 \text{ mGal}$$

$$f_1 = 5,30244 \cdot 10^{-3}$$

$$f_2 = -5,82 \cdot 10^{-6}$$

- Korrekturglieder

$$\delta h_1 = \Delta g_{F(m)} \cdot \Delta h^{AB}$$

$$\delta h_2 = (\gamma_0^B - \gamma_0^A) \cdot \frac{H^A + H^B}{2}$$

mit $\Delta g_{F(m)}$: mittlere Freiluftanomalie für den Linienabschnitt

H^A, H^B : Höhen, gegebene Näherungshöhen reichen aus

γ_0^A, γ_0^B : Normalschwere in zwei Punkten

- Mittlere Normalschwere

$$\bar{\gamma}_m = \frac{\gamma_0^A + \gamma_0^B}{2} - 0,3086 \cdot \frac{H_n^A + H_n^B}{4}$$

mit H_n^A, H_n^B : Normalhöhen, gegebene Näherungshöhen reichen aus

- Normalhöhenunterschied zwischen zwei Punkten

$$\Delta H_n^{AB} = \Delta h^{AB} + k_1 + k_2$$

mit den Korrekturwerten

$$k_1 = -\frac{1}{\bar{\gamma}_m} \cdot \delta h_2$$

$$k_2 = \frac{1}{\bar{\gamma}_m} \cdot \delta h_1$$

2. Daten

- gegebene Werte

Pkt.Nr.	[°]	B [']	["]	B [rad]	H [m]	dh [m]	delta g _F [mGal]
1	51	48	16	0,90416	92,0		
2	51	48	30	0,90423	112,0	20,6712	25
3	51	48	43	0,90429	112,0	0,8000	25
4	51	49	2	0,90438	116,0	4,2432	26
5	51	49	55	0,90464	103,0	-12,8083	33
6	51	53	21	0,90564	101,0	-1,8065	31
7	51	54	46	0,90605	92,0	-8,7040	30
8	51	54	50	0,90607	111,0	19,0339	39
9	51	60	19	0,90766	117,0	6,8497	45
10	51	60	32	0,90773	119,0	2,6852	46
11	52	5	18	0,90911	118,0	-0,7379	42
Summe							Mittel
30,2265							34,2

- Berechnungen

Normalschwere gamma ₀ [mGal]	Korrektionsglieder		gamma quer [mGal]	Korrekturwerte		delta H [m]
	dh ₁ [mGal*m]	dh ₂ [mGal*m]		k ₁ [mm]	k ₂ [mm]	
981230,4126						
981230,7550	516,7800	34,9306	981214,8452	-0,0356	0,5267	20,6717
981231,0730	20,0000	35,6144	981213,6324	-0,0363	0,0204	0,8000
981231,5378	110,3232	52,9794	981213,7152	-0,0540	0,1124	4,2433
981232,8340	-422,6739	141,9392	981215,2900	-0,1447	-0,4308	-12,8089
981237,8707	-56,0015	513,7467	981219,6138	-0,5236	-0,0571	-1,8071
981239,9483	-261,1200	200,4844	981224,0196	-0,2043	-0,2661	-8,7045
981240,0461	742,3221	9,9224	981224,3357	-0,0101	0,7565	19,0346
981248,0834	308,2365	916,2615	981226,4746	-0,9338	0,3141	6,8491
981248,4009	123,5192	37,4600	981230,0348	-0,0382	0,1259	2,6853
981255,3825	-30,9918	827,3174	981233,6071	-0,8431	-0,0316	-0,7388
Mittel	Summe	Summe	Summe	Summe	Summe	Summe
981238,7586	1050,3938	2770,6559	9812215,5684	-2,8237	1,0705	30,2247

Bestimmung des Normalhöhenunterschiedes über den gesamten Nivellementsweg

1033,7463 2621,8385 981226,6960 -2,6720 1,0535 **30,2249**

3. Diskussion der Ergebnisse

Bei Betrachtung der Normalschwere fällt auf, dass sie vom Äquator in Richtung Nordpol hin zunimmt. Das erklärt sich an der Formel zur Berechnung der Normalschwere. Die gegebenen Breiten befinden sich im ersten Quadranten. Dort nimmt der Sinus mit wachsendem Winkel ebenfalls zu.

Weiterhin ist zu erkennen, dass die Normalhöhenreduktion k_1 immer das gleiche (negative) Vorzeichen hat. Diese Reduktion berücksichtigt den Einfluss der normalen Schwerebeschleunigung und ist damit breitenabhängig. Sie wird auch „normale orthometrische Reduktion“ genannt. Wird der nivellierte Höhenunterschied nur um diesen Term korrigiert, erhält man einen Höhenunterschied im System der normalorthometrischen Höhen.

Die Normalhöhenreduktion k_2 berücksichtigt den Einfluss der Schwereanomalien. Ihr Vorzeichen ist immer gleich dem des jeweils nivellierten Höhenunterschiedes.

Das Endergebnisse wird auf zweifache Weise geprüft. Eine grobe Kontrolle erhält man, wenn man die Summe der nivellierten Höhenunterschiede mit der Summer der berechneten Normalhöhenunterschiede vergleicht. Dabei ergibt sich eine Differenz von 1,8mm. Es kann also davon ausgegangen werden, dass kein grober Fehler in der Berechnung vorhanden ist.

Als zweite Kontrolle wird der Normalhöhenunterschied über den gesamten Nivellementswege bestimmt. Dabei wird ein linearer Verlauf der Freiluftanomalie angenommen. Als Näherung wird zur Berechnung der Mittelwert (arithmetisch) der Freiluftanomalie angesetzt.

Als Ergebnis erhält man einen Normalhöhenunterschied, der nur um 0,2mm höher ist als die aufsummierten Normalhöhenunterschiede der Linienabschnitte.

Diese Methode ist aber für eine genaue Bestimmung der Normalhöhenunterschiede nicht geeignet, da die mittlere Freiluftanomalie vom jeweiligen Nivellementswege abhängt. Sie dient lediglich einer Kontrolle der Ergebnisse.